

ТАМАБАЙ ДИНАРА ОРАЗБЕКҚЫЗЫ

«Математическое обоснование численных методов решения уравнений пограничного слоя атмосферы»

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по образовательной программе «8D05405 - Вычислительные науки и статистика»

В этой диссертации предлагается модифицированная неявная трёхэтапная МАС-схема для уравнений Навье–Стокса с корректной аппроксимацией граничных условий давления; она повышает устойчивость и точность численного метода, а её корректность строго обоснована для атмосферных задач.

Цель и задачи исследования. Целью диссертации является разработка эффективных разностных схем для численного решения уравнений Навье-Стокса и модели пограничного слоя атмосферы, анализ их аппроксимационных свойств, устойчивости и сходимости. Проведение численных экспериментов с применением разработанной схемы.

Были поставлены следующие задачи исследования:

1. Постановка задачи Навье-Стокса и задачи для численного решения уравнений пограничного слоя атмосферы и их аппроксимация;
2. Разработка алгоритма модифицированной трехэтапной схемы расщепления по физическим процессам для численного решения задачи Навье-Стокса;
3. Аппроксимация граничных условий Неймана для численного решения эллиптического уравнения для давления;
4. Исследование вопросов устойчивости и сходимости разработанной модифицированной трехэтапной схемы расщепления для уравнений Навье-Стокса;
5. Применение разработанной модифицированной трехэтапной схемы расщепления по физическим процессам для численного решения задачи пограничного слоя атмосферы;
6. Исследование вопросов устойчивости и сходимости разработанной модифицированной трехэтапной схемы расщепления для уравнений пограничного слоя атмосферы;
7. Проведение численных экспериментов и разработка программного кода;
8. Применение программного кода для создания карты информационно-аналитической платформы.

Методы исследования. В диссертации применяются метод конечных разностей, метод маркеров и ячеек, метод расщепления по физическим процессам, метод априорных оценок для обоснования устойчивости и

сходимости решения разностной задачи к точному решению дифференциального уравнения, интегро-интерполяционный метод для получения априорных оценок, метод прогонки для численной реализации алгоритма, высокоуровневый язык программирования Python и его модули и библиотеки для написания программного кода и моделирования.

Научная новизна работы. Разработан и реализован алгоритм модифицированной трёхэтапной схемы расщепления по физическим процессам с неявными разностными схемами для численного решения уравнений Навье–Стокса. В отличие от классических схем, новая методика позволяет получить априорные оценки второй производной вектора скорости и градиента давления для уравнений Навье–Стокса и уравнений пограничного слоя атмосферы, также производит вычисления при больших шагах по времени.

Существенным элементом новизны является изучение аппроксимационных свойств граничных условий для давления, что позволило повысить точность численного решения и обеспечить корректность применения разработанной схемы.

Теоретически исследованы вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости предложенной схемы для уравнений Навье–Стокса, что обеспечило строгую математическую обоснованность разработанного метода. Кроме того, выполнен вычислительный анализ эффективности новой схемы, в ходе которого оценены её преимущества по сравнению с известными подходами, в том числе в аспектах точности, скорости сходимости и количество расчетного времени. Численные расчеты подтверждают теоретически полученные результаты о корректности разностной схемы.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан алгоритм модифицированной трехэтапной схемы расщепления по физическим процессам для численного решения уравнений Навье-Стокса;
2. Изучены аппроксимационные свойства граничных условий для численного решения эллиптического уравнения для давления;
3. Исследованы и доказаны вопросы устойчивости и сходимости разработанной модифицированной трехэтапной схемы расщепления для уравнений Навье-Стокса;
4. Выполнен вычислительный анализ эффективности разработанной модифицированной схемы расщепления по сравнению с классическими схемами, что позволило выявить её преимущества в плане точности и устойчивости численного решения;
5. Разработанная модифицированная трехэтапная схема расщепления по физическим процессам применена для численного решения задачи пограничного слоя атмосферы;

6. Исследованы и доказаны устойчивость и сходимость разработанной модифицированной трехэтапной схемы расщепления для уравнений пограничного слоя атмосферы;

7. Проведены численные эксперименты и разработан программный код;

8. Программный код применен для создания карты распространения загрязняющих веществ в атмосфере городов в информационно-аналитической платформе.

Теоретическая и практическая значимость исследования. С теоретической точки зрения разработаны и обоснованы эффективные численные методы решения уравнений пограничного слоя атмосферы и уравнений Навье-Стокса, включая трехэтапную схему расщепления и методы уточнения выбросов загрязняющих веществ. Исследованы вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости предложенных численных алгоритмов.

Практическая значимость заключается в разработке и внедрении численного алгоритма моделирования распространения примесей в атмосфере промышленных городов, протестированного на примере Усть-Каменогорска. Разработан программный комплекс на Python, интегрированный в информационно-аналитическую платформу для поддержки решений в области экологической политики.

Апробация работы. Основные результаты исследований были представлены на следующих конференциях:

- 6th International Conference of Mathematical Sciences (ICMS 2022), 20 – 24 July 2022, Maltepe University, Istanbul, Turkey;

- Sixth International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2022), from October 31 to November 6, 2022, Antalya, Turkey.

- Computational and Information Technologies in Science, Engineering and Education (CITech-2022), 12-15 октября 2022 г., Алматы, Казахстан.

- VII Всемирный Конгресс Математиков тюркского мира (TWMS Congress-2023), 20-23 сентября 2023 г., Туркестан, Казахстан.

- Обратные и некорректные задачи в естествознании и искусственный интеллект, 16-20 апреля 2024 г., Алматы, Казахстан.

- Еженедельный семинар “Analysis and Applied Mathematics” организованный Bahçeşehir University, Istanbul, Turkey, Analysis & PDE Center, Ghent University, Ghent, Belgium, Institute Mathematics & Math. Modeling, Almaty, Kazakhstan. 13 июня 2023г., Стамбул, Турция.

- Семинар «Современные проблемы прикладной и вычислительной математики», 5 января 2025 г., Алматы, Казахстан.

Публикации. По материалам диссертации опубликованы следующие работы:

1. Temirbekov, N., Malgazhdarov, Y., Tamabay, D., Temirbekov, A. Mathematical and computer modeling of atmospheric air pollutants transformation with

input data refinement. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science.-2023. Vol.32, No.3.-P. 1405-1416. (DOI: 10.11591/ijeecs.v32.i3.pp1405-1416, (Scopus percentile– 61, SJR= 0.272, Scopus quartile – Q3)

2. Temirbekov, N., Malgazhdarov, Y., Tamabay, D., Temirbekov, A. Atmospheric modelling of photochemical transformations of pollutants: Impact of weather conditions and diurnal cycle (Case study: Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan). Mathematical Modelling of Engineering Problems, –2023. Vol. 10, No. 5. – P. 1699-1705. (<https://doi.org/10.18280/mmep.100520>, Scopus percentile– 47, quartile – Q3)

3. Temirbekov, N. Tamabay, D., Tanashova, M. Spread of harmful substances in the atmosphere of industrial cities of Kazakhstan: modeling and data refinement. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. —2025, Vol. 37(1), pp.636-647; <https://doi.org/10.11591/ijeecs.v37.i1.pp636-647>. (Scopus percentile – 55, quartile – Q2)

4. Temirbekov, N., Temirbekov, A., Kasenov, S., Tamabay, D. Numerical Modeling for Enhanced Pollutant Transport Prediction in Industrial Atmospheric Air. International Journal of Design and Nature and Ecodynamics. —2024, Vol. 19(3), pp. 917–926; <https://doi.org/10.18280/ijdne.190321>. (Scopus percentile – 54, quartile – Q2)

Опубликованы статьи, входящие в список рекомендованный КОКНВО МНВО РК:

Тамабай, Д. и Жумагулов, Б. Устойчивость трехшаговой схемы расщепления для уравнений Навье-Стокса в контексте метода крупных частиц. Вестник КазНПУ имени Абая, Серия «Физико-математические науки», 2024, 85, 1 (мар. 2024), 51–62. DOI:<https://doi.org/10.51889/2959-5894.2024.85.1.005>. (КОКНВО МНВО РК).

Издана монография:

Темирбеков Н.М., Мадияров М.Н., Туkenова З.А., Малгаждаров Е.А., Касенов С.Е., Байгереев Д.Р., Темирбеков А.Н., Тамабай Д.О., Темирбекова М.Н., Абдолдина Ф.Н., Дедова Т.В., Насырова М.С. *Единая экосистема сбора и обработки данных мониторинга атмосферного воздуха промышленных городов: монография* / Под общ. ред. Н.М. Темирбекова; колл. авт. Алматы: Everest, 2024 г. –330 стр.

Опубликована глава монографии:

Tamabay, D., Zhumagulov, B., Temirbekov, A. (2024). Mathematical Issues of Difference Schemes for Atmospheric Boundary Layer Equations. Trends in Mathematics. —2024, Vol. 6, pp. 185–196. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-62668-5_18.

Получены патенты на полезную модель:

1. «Способ дистанционного мониторинга атмосферного воздуха» (номер заявки №2024/0192.2) № 9055, от "12" февраля 2024, выдан РГП "Национальный институт интеллектуальной собственности" МЮ РК.

2. «Устройство для дистанционного мониторинга атмосферного воздуха» (номер заявки №2023/0409.2) № 8629, от "27" октября 2023, выдан РГП "Национальный институт интеллектуальной собственности" МЮ РК.

Получены авторские свидетельства:

1. «Геоинформационная система мониторинга атмосферного воздуха промышленных объектов с учетом фотохимических превращений на основе цифровых технологий» №32823 от 20 февраля 2023 года, выдан РГП "Национальный институт интеллектуальной собственности" МЮ РК.

2. «Разработка программы основанный на методах машинного обучения для оценки негативного влияния загрязнения воздуха на здоровье населения» №42532 от 31 января 2024 года, выдан РГП "Национальный институт интеллектуальной собственности" МЮ РК.

Структура и объем диссертации. Диссертация представлена в рукописном формате на русском языке и включает титульный лист, оглавление, введение, три основных раздела, заключение и список литературы из количества источников. Общий объем работы составляет 124 страниц, содержащих 9 иллюстраций, 1 таблицу, 200 источников литературы и 4 приложения.

Основное содержание диссертации:

Диссертация посвящена численному моделированию вязкой несжимаемой гидродинамики и переноса загрязнений в городской атмосфере, с акцентом на устойчивые и сходящиеся конечно-разностные схемы для уравнений Навье–Стокса и их прикладные реализации.

В первой главе рассматривается каверна с движущейся крышкой. Предложена конечно-разностная аппроксимация с модифицированным трёхэтапным расщеплением по физическим процессам, обеспечивающим работу на крупных шагах по времени. Корректно аппроксимированы граничные условия (включая давление). Доказаны устойчивость и сходимость схемы.

Во второй главе построена модель атмосферного пограничного слоя над промышленным городом с учётом турбулентности, неоднородной подстилающей поверхности и локальных источников; сформирована разностная схема и обоснованы её устойчивость и сходимость. Модель предназначена для экологического прогнозирования и контроля качества воздуха.

В третьей главе приведены численные эксперименты: визуализация течений, сравнение с классической двухэтапной схемой (выявлено преимущество предложенного подхода), а также расчёты распространения примесей.

В заключении, разработана информационно-аналитическая система мониторинга качества воздуха в городах Казахстана, интегрирующая моделирование, анализ и визуализацию.